Повестка заседания

1. Формирование функциональной грамотности школьников
2. Анализ результатов ВПР, ДКР по математике.
3. Вопросы повышения квалификации
4. Изучение нормативных документов: Концепция развития математического образования в Российской Федерации

- В Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования (10–11-е классы) (утвержденном приказом Минобрнауки России от 17 апреля 2012 г. № 413) указывается, что в рамках обучения математике (базовый уровень) необходимо добиться у учащихся сформированности представлений о роли и месте **математики** в современной научной картине мира; понимания математической сущности; понимания роли математики в формировании кругозора и **функциональной грамотности** для решения практических задач.

Что же такое «функциональная грамотность»?

- Функциональная грамотность – «способность человека решать стандартные жизненные задачи в различных сферах жизни и деятельности на основе прикладных знаний».
- Функционально грамотная личность – это человек, ориентирующийся в мире и действующий в соответствии с общественными ценностями, ожиданиями и интересами.
- Основные признаки функционально грамотной личности: это человек самостоятельный, познающий и умеющий жить среди людей, обладающий определёнными качествами, ключевыми компетенциями.

- Все методы, используемые педагогом, должны быть направлены на развитие познавательной, мыслительной активности, которая в свою очередь направлена на отработку, обогащение знаний каждого учащегося, развитие его функциональной грамотности.

Формирование функциональной грамотности школьников

на уроках математики и во внеурочной деятельности.

- **Прикидки и оценка**
- **Чтение текста**
- **Логическая грамотность**
- **Незнакомый контекст**
- **Работа с графическим представлением информации**
- **Экономика**
- **Геометрия**
- **Урезанное среднее**

Прикидки и оценка

Задачи на прикидки и оценки встречаются и в ЕГЭ, и в ОГЭ, и в ВПР. Они включены в эти экзаменационные работы по причине того, что умение примерно оценивать значения величин необходимо человеку в повседневной жизни. Умение прикидывать часто не менее важно, чем умение получать точный ответ. Оно позволяет находить ошибки, принимать решения о покупке/не покупке, определять достоверность данных.

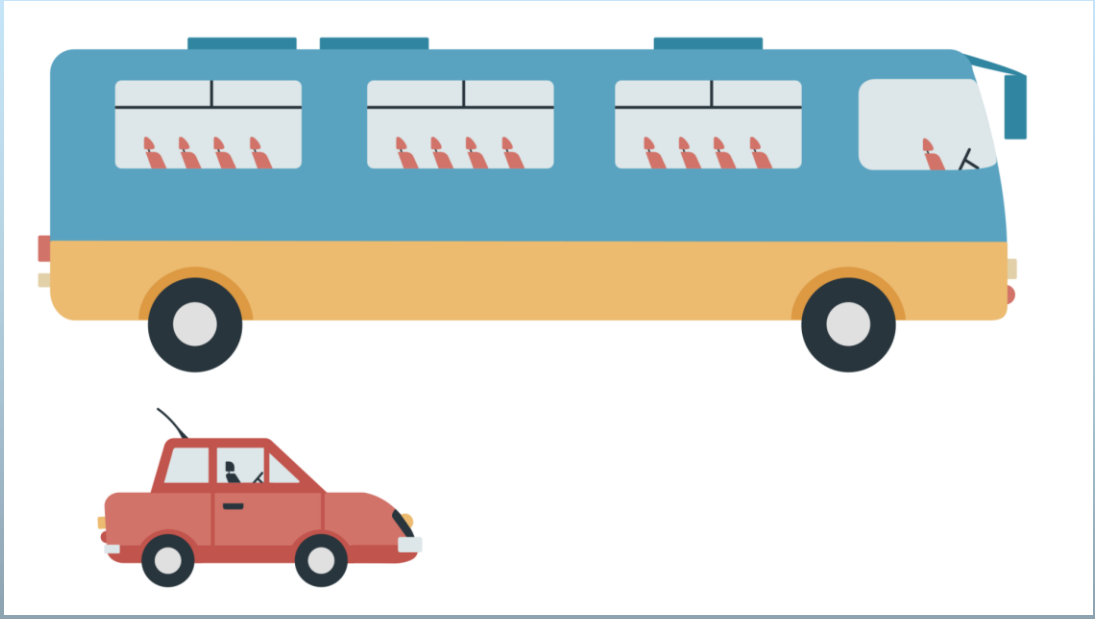
Задачи про электроэнергию

- **Задача.** Показания счётчика электроэнергии 1 января составляли 32768 киловатт-часов, а 1 февраля — 32864 киловатт-часов. По текущему тарифу стоимость 1 киловатт-часа электроэнергии составляет 3 рубля 50 копеек. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за январь?
- Одна из распространённых ошибок при решении задачи про электроэнергию — просто умножить показания января на цену электроэнергии. Школьники получают при этом величину, превосходящую сто тысяч рублей, но не могут поймать себя на ошибке, так как не чувствуют величину этого числа. **Важно привить школьникам умение анализировать полученный в задаче ответ с точки зрения здравого смысла.**

Задача на установление соответствия между величинами и их возможными значениями.

- Для её решения не нужно заучивать точные значения подобных величин. Достаточно привыкать к чувству порядка величины, изучая математику, физику, другие предметы.

Задача. На рисунке изображены автобус и автомобиль. Длина автомобиля равна 4,2 м. Какова примерная длина автобуса? Ответ дайте в сантиметрах.



В приведённой задаче верный ответ не единственный, можно указать любое значение, принадлежащее отрезку от 800 см до 1200 см. Часто это сбивает ребят, они не понимают, как решать такую задачу. **Необходимо подчеркнуть, что в задаче просят оценить именно примерную длину, искать точное значение не требуется.** Также важно обратить внимание школьников на **единицы измерения**, в которых необходимо дать ответ: **длина автомобиля дана в метрах, а ответ нужно указать в сантиметрах.**

Задача.

- Оцените расстояние от Земли до Солнца, измеренное в диаметрах Солнца, по порядку величины. Выберите соответствующий порядок: 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 и более.
- Как правило, в качестве ответа на эту задачу выбирают варианты от 1000 и более, но здесь интуиция и прикидка нас обманывают.

Чтение текста

- Один из первых и **самых ключевых навыков функциональной грамотности в математике** — чтение сложных текстов, из которых не всегда очевидно, что именно требуется в задаче. К сожалению, этой теме уделяется мало внимания, особенно в старших классах. Статистика проведения ЕГЭ говорит о том, что даже в очень простых задачах школьники допускают обидные ошибки, неправильно читая условия задач и находя ответ не на тот вопрос, который предлагался в задаче. Например, в задачах по планиметрии школьники верно находят площадь трапеции, хотя в задаче требовалось найти её среднюю линию. Другой пример: в задаче на поиск меньшего корня квадратного уравнения школьники невнимательно читают условие и записывают в ответ значение большего корня.
- Важным признаком того, что условие прочитано неверно, может служить очень сложное решение или «некрасивый» ответ в задаче.

Задача-шутка, которая хорошо иллюстрирует, как важно внимательно читать условие.

- **Задача.** Представьте, что вы капитан круизного лайнера, на котором путешествуют 500 пассажиров. Этот лайнер плывёт со скоростью 20 узлов в час (один узел равен 1,852 км/ч), предполагаемое время путешествия 7 дней. Сколько лет капитану корабля?
- Как правило, человек, решающий эту задачу, сразу переходит к анализу чисел и пропускает первую фразу. А именно она помогает ответить на вопрос задачи: решающему достаточно указать свой возраст.

- **Задача.** Братья Андрей и Миша Ивановы играют в игру. Андрей загадывает число n, имеющее ровно 7 простых делителей. Миша придумывает гладкое пятимерное многообразие, описываемое формулой степени не более чем n2. Андрей указывает 5 точек на этом многообразии и объявляет длины не более чем 7 отрезков, соединяющих эти точки в пространстве R25. Если выбранные точки вместе с указанными Андреем отрезками образуют жёсткую структуру второго порядка, то побеждает Миша. В противном случае мальчики меняются местами: Андрей придумывает другое гладкое многообразие, проходящее через эти 5 точек, и Миша указывает 5 точек на нём. Игра продолжается, пока либо у кого-то из мальчиков не получилась жёсткая структура, либо не прошло 1003 хода — в этом случае побеждает Миша. В зависимости от n назовите фамилию победителя при правильной игре.
- Задача отпугивает своим громоздким условием и сложными терминами, но на самом деле для решения задачи не требуется знаний топологии. Чтобы дать верный ответ на задачу, достаточно прочитать только первое и последнее предложения из условия.

- Бывают задачи, в которых большой нерафинированный текст содержит всю нужную информацию для решения и не требует специальных знаний в той области, к которой относится контекст этой задачи.
- **Задача.** В целях сохранения здоровья люди не должны допускать перенапряжения, например, во время занятий спортом, чтобы не превысить определённую частоту сердцебиения. На протяжении многих лет зависимость между максимальной рекомендуемой частотой сердечных сокращений и возрастом человека выражалась следующей формулой:

  рекомендуемая максимальная частота сердцебиения = 220−возраст.
- Последние исследования показали, что эту формулу следует немного изменить. Новая формула выглядит так:

  рекомендуемая максимальная частота сердцебиения = 208−0,7·возраст.
- В одной газетной статье утверждалось следующее: «Если использовать новую формулу вместо старой, то рекомендуемый максимум для молодых людей немного уменьшится, а для пожилых — немного увеличится». Начиная с какого возраста рекомендуемый максимум увеличивается при использовании новой формулы?

Логическая грамотность

- Школьникам, которые никогда не будут использовать математику в работе, всё равно придётся принимать в жизни решения, которые будут основаны на анализе сложившейся ситуации, на анализе входных данных. Эти данные могут быть текстом договора, надписью на информационном щите, инструкцией к электроприбору и так далее.
- Рассмотрим примеры заданий, с помощью которых школьники смогут научиться отвечать на вопрос «следует ли из этой информации тот или иной вывод?».
- В ОГЭ, ЕГЭ и PISA есть задачи такого характера. Вот задача из открытых источников PISA.

Задача.

- Люди, проживающие в многоквартирном доме, решили выкупить этот дом. Они вместе хотят собрать деньги таким образом, чтобы каждый из них заплатил сумму, пропорциональную площади его квартиры. Например, мужчина, проживающий в квартире, которая занимает 1/5 площади всех квартир, должен будет заплатить 1/5 от всей стоимости здания. Выберите все верные утверждения.
- A. Человек, проживающий в самой большой квартире, заплатит больше денег за каждый квадратный метр своей квартиры, чем человек из самой маленькой квартиры.
- B. Зная площадь двух квартир и цену одной из них, мы можем вычислить цену второй.
- C. Зная цену здания и сумму, которую заплатит каждый владелец, мы можем вычислить общую площадь всех квартир.
- D. Если бы общая стоимость здания была снижена на 10%, каждый из владельцев заплатил бы на 10% меньше.
- В этой задаче верны утверждения B и D, а утверждения A и C неверны.

Особенность логической задачи ниже заключается в том, что при её решении удобно использовать графическое представление.

- **Задача.** Кондитер испёк 40 печений, из них 10 штук он посыпал корицей, а 20 штук он собирается посыпать сахаром (кондитер может посыпать одно печенье и корицей, и сахаром, а может вообще ничем не посыпать). Выберите утверждения, которые будут верны при указанных условиях независимо от того, какие печенья кондитер посыплет сахаром.

- A. Найдётся 7 печений, которые ничем не посыпаны.
- B. Найдётся 8 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.
- C. Если печенье посыпано корицей, то оно посыпано и сахаром.
- D. Не может оказаться 12 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.

Незнакомый контекст

- Один из классических методических подходов к классификации сложности задач заключается в том, что решение задач базового уровня — это решение задач знакомыми методами в знакомой ситуации, задачи повышенной сложности — это решение задач знакомыми методами в изменённой ситуации, а задачи высокого уровня сложности требуют применения изученных методов в незнакомой ситуации. На сегодняшний день этот подход несколько противоречит тому, что общество ждёт от математического образования. **Акцент делается на применении знаний: задачи, которые требуют применения математических методов, окружают нас повсюду, в том числе в новых для нас ситуациях. Многие области знания, в том числе гуманитарные, используют математические модели. Поэтому человеку, работающему в любой области, придётся их анализировать.**
- Задачи с незнакомым контекстом занимают значительное место в международных исследованиях качества образования, в том числе в исследовании PISA. В таких задачах описана незнакомая для человека ситуация, в которой ему необходимо применить зачастую совсем несложные математические методы. Такие задачи присутствуют и в ЕГЭ, и в экзамене за 9 класс, например 10-я задача профильного экзамена.

Пример.

- По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\varepsilon/(R+r)$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 4% от силы тока короткого замыкания $кзIкз=\varepsilon r$? (Ответ выразите в омах.)
- Важно обратить внимание школьников на то, что даже если контекст задачи им знаком, нужно пользоваться исключительно той математической моделью, которая предложена в задаче. Применение знаний из той области знания, которой посвящена задача (физики, химии, биологии и т. д.), может привести к усложнению задачи и получению неверного ответа.
- Чтобы решить задачу с незнакомым контекстом, необходимо внимательно прочитать условие, вычленить существенные части математической модели и значения тех или иных переменных и дать ответ, максимально абстрагировавшись от контекста.

Работа с формулой

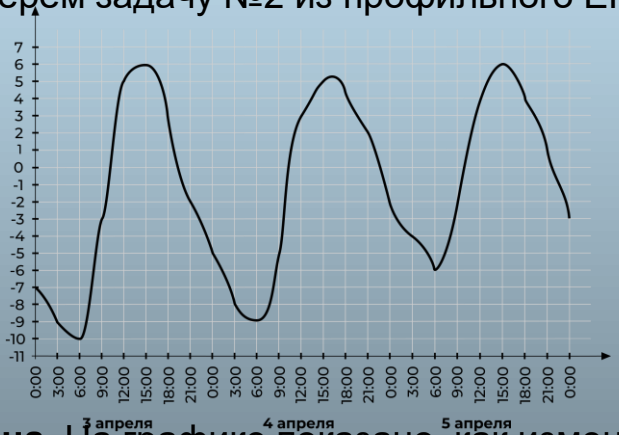
- Задачу про локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 185 МГц. можно упростить, если мысленно отбросить подробности сюжета и вычленить математическую модель.
- После такой процедуры становится понятно, что все значения переменных известны, кроме одного, и его уже несложно найти подстановкой в формулу.

Ещё один пример задачи с незнакомым контекстом даёт международное исследование PISA. Часть задач этого исследования опубликована в открытом доступе, их можно найти на сайте «Открытые задания PISA»

- **Задача.** По телевизору транслировали документальный фильм о землетрясениях и о том, как часто они происходят. В нём шла речь о возможности прогнозирования землетрясений.
- Сейсмолог заявил следующее: «Вероятность того, что в течение следующих двадцати лет в Зедтауне произойдёт землетрясение, составляет 2/3». Какое из следующих утверждений лучше всего отражает заявление геолога?
- A. $2/3 \cdot 20 = 13{,}3$, следовательно, в промежутке между 13-м и 14-м годами, начиная с этого момента, в Зедтауне будет землетрясение.
- B. Поскольку 2/3 больше, чем 1/2, можно быть уверенным, что в Зедтауне в какой-то момент в течение 20 лет произойдёт землетрясение.
- C. Вероятность того, что в Зедтауне произойдёт землетрясение в какой-то момент в течение следующих 20 лет, выше, чем вероятность того, что оно не произойдёт.
- D. Невозможно сказать, что случится, потому что никто не уверен в том, что произойдёт землетрясение.
- При решении подобной задачи важно помнить о том, что в задаче обсуждается исключительно предложенное заявление сейсмолога. Анализировать четыре утверждения необходимо на основании только высказывания сейсмолога, понимание реальной картины происходящего и использование знаний по геологии не требуется. Более того, оно может привести к усложнению задачи и получению неверного ответа.

Работа с графическим представлением информации

- **Графики**
- Информация, которую мы получаем, с течением времени представляется во всё более сложном виде, однако сам подход к чтению и осмыслению её не меняется — графическое представление информации бывает в виде графиков, диаграмм, схем и таблиц.
- Разберём задачу №2 из профильного ЕГЭ.



- **Задача.** На графике показано, как изменялась температура воздуха с 3 по 5 апреля. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.
- A. Найдите наименьшее значение температуры 4 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.
- B. В течение скольких часов температура 5 апреля была меньше 4 градусов Цельсия?
- C. Найдите значение температуры 4 апреля в 3 часа дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.

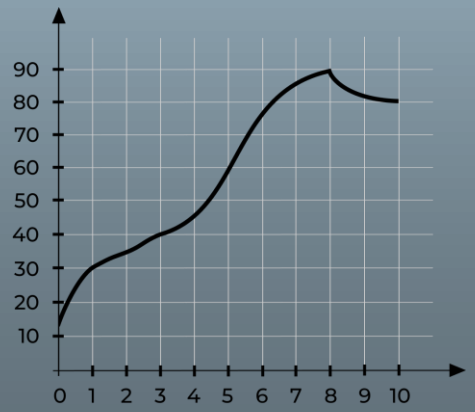
Качественный анализ

- Традиционно изучение графиков начинается с обсуждения практических графиков, например, графиков температуры или скорости. Но практически сразу акцент переносится на графики формальные, например, графики линейной или квадратичной функции на чётких осях. Раньше в проверочных и контрольных работах встречались исключительно формальные графики.
- задачи на **анализ практических графиков**, например, следующая.

Задача. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале. На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.

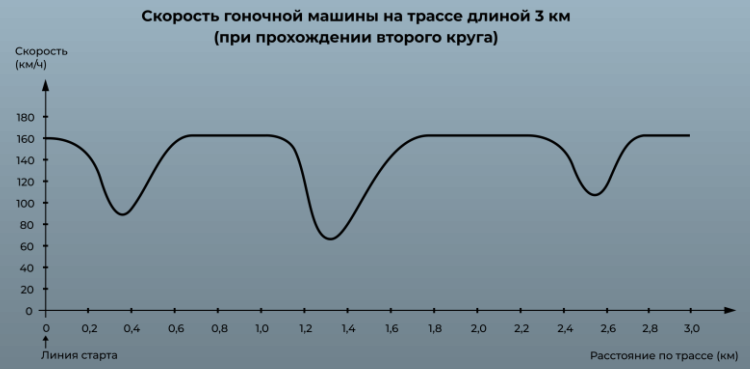
- **Интервалы времени**
- 0–1 мин.
- 1–3 мин.
- 3–6 мин.
- 8–10 мин.

- **Характеристики**
- Самый медленный рост температуры.
- Температура падала.
- Температура находилась в пределах от С40∘С до С80∘С.
- Температура не превышала С30∘С.



Ещё один пример практиориентированной задачи из материалов исследования PISA. Как правило это задачи с не очень чётким условием, при их решении нужно применять и математические знания, и умение внимательно читать условие, и здравый смысл.

Задача. Данный график отображает изменение скорости гоночной машины при прохождении второго круга трёхкилометровой кольцевой трассы.



Чему примерно равно расстояние от линии старта до самого длинного прямого участка трассы?

A. 0,5 км
B. 1,5 км
C. 2,3 км
D. 2,6 км

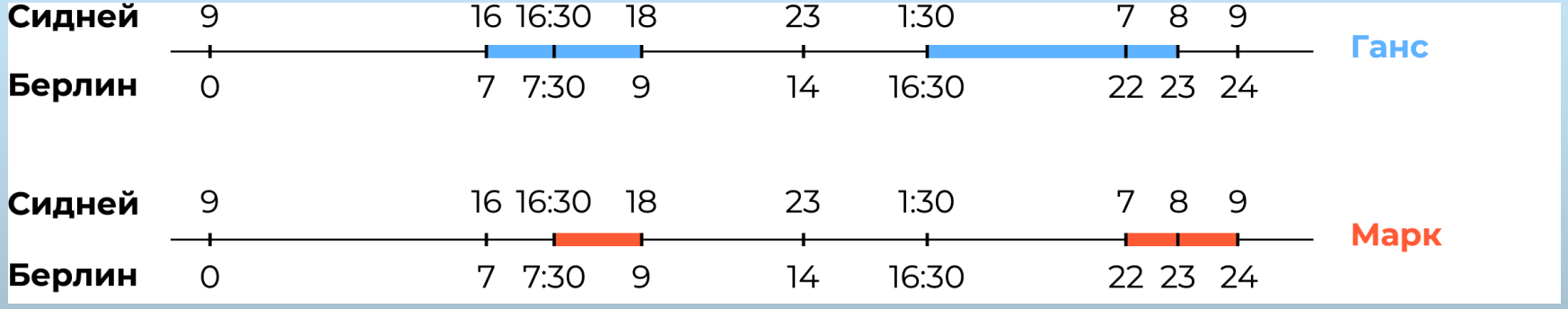
Решение задач графическим методом

- Следующая задача — пример того, как графическое представление информации помогает уже при решении задач.
- **Задача.** Марк (из Сиднея в Австралии) и Ганс (из Берлина в Германии) часто общаются друг с другом в Интернете. Им нужно быть в сети в одно и то же время, чтобы они смогли поболтать.
- Чтобы определить удобное для общения время, Ганс просмотрел таблицы, в которых дано время в различных частях мира, и нашёл следующую информацию:



- Ганс может общаться с 7:00 до 9:00 и с 16:30 до 23:00 по местному времени, а Марк может общаться с 7:00 до 9:00 и с 16:30 до 18:00 по местному времени. Какое время было бы удобно для мальчиков, чтобы они могли поболтать?

Чтобы решить эту задачу, удобно нарисовать схему и отметить на ней временные интервалы, в которые мальчики могут общаться. На каждой оси сверху отмечено время по Сиднею, а снизу — по Берлину.



Проанализировав отмеченные временные интервалы, легко отметить на третьей оси время, в которое мальчики могут выйти в Интернет одновременно.



Экономика

- Экономика — одно из наиболее естественных приложений математики и, наоборот, один из «заказчиков» создания математики.
- С такими задачами сталкивается любой ученик в реальной жизни, а как следствие — ещё и на экзаменах. Трудности, которые вызывают у многих учащихся даже несложные задачи на проценты, обычно во многом обусловлены достаточно формальным подходом к изложению темы. А ведь для решения подавляющего большинства задач на проценты достаточно понимать, что процент — это просто одна сотая часть числа. Поэтому для успешного решения задач на проценты достаточно научиться «переводить» условие задачи на язык десятичных дробей, а после её решения — делать обратный «перевод».

  Пример четырёх задач:

- **Задача.** Полотенце стоило 80 рублей. Ближе к дачному сезону оно подорожало на 25%. Сколько оно стало стоить?
- **Задача.** Полотенце стоило 100 рублей, но в конце сезона оно подешевело на 20%. Сколько стало стоить полотенце со скидкой?
- **Задача.** Розничная цена на полотенце составляет 100 рублей, при этом известно, что розничная цена образуется при наценке на оптовую цену 25%. Какова оптовая цена этого полотенца?
- **Задача.** Оптовая цена на полотенце составляет 80% от розничной. Какова розничная цена, если оптовая цена 80 рублей?

Базовый ЕГЭ. Работа с таблицами

- Данные в экономических задачах часто приведены в виде таблиц. В таком виде они приходят к нам из коммерческих предложений, прайс-листов, рекламы, и в таком же виде они попали в базовый ЕГЭ. Ниже приведён пример простейшей задачи на прямое считывание из таблицы.
- **Задача.** В таблице представлены данные о стоимости некоторой модели смартфона в различных магазинах.
- Найдите наименьшую стоимость смартфона среди представленных предложений. Ответ дайте в рублях.
- **Задача.** Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.
- Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 МБ в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 МБ?
- Одна из проблем при решении такой задачи — желание решать её по аналогии с предыдущей задачей, прямым считыванием с графика. В данном случае такой метод решения уже не подходит, нужно аккуратно анализировать каждую строку таблицы.
- Стоит упомянуть, что в рекламных материалах и коммерческих предложениях некоторых компаний часто встречаются дополнительные условия, которые находятся в сноске под «звёздочкой». Научить ребят читать внимательно предложенную им информацию и не попадаться в ловушку — одна из наших задач.

Геометрия

- Функциональная грамотность в геометрии — один из важнейших блоков. Сама наука геометрия произошла благодаря запросам повседневной жизни к науке. Геометрия окружает нас повсюду, например, в архитектуре и картах. Иногда она появляется там, где мы её совсем не ждём — в еде, Поэтому важно развивать геометрическую интуицию и уметь применять геометрические методы на практике.
- Одна из ролей, которую играет геометрия в школе, — развитие логики. Большое внимание в школьном курсе геометрии уделяется доказательствам геометрических утверждений, в задачах по планиметрии и стереометрии используется много формул и вычислений. Часто школьники ещё не готовы к такой подаче материала, поэтому важно с начальной школы познакомить ребят с большим количеством несложных наглядных геометрических сюжетов.
- В качестве примера практической геометрической задачи обсудим постановку задачи на план местности, которую вам предстоит решить далее.

Задача.

- Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорка, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.

Геометрия



Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

•Пользуясь описанием выше, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни Ванютино, Горюново, Егорка, Жилино. В поле ввода ответов введите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов в том порядке, в котором перечислены соответствующие им деревни.

•Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут мимо пруда через Горюново?

Масштаб

- Одним из важных геометрических понятий является понятие масштаба, которое теряется в школьном курсе. Реально масштаб изучается только на уроках географии, а развитию интуитивного понимания масштаба на уроках математики времени уделяется мало.
- **Задача.** Грузчик на складе может поднять упаковку размером 3×3×3 литровых пакетов молока. Смогут ли три грузчика поднять упаковку 9×9×9 пакетов?
- Даже если просто подсчитать вес большой упаковки: 9×9×9=729 пакетов, то есть примерно 729 кг, станет ясно, что втроём её не поднять. В любом случае, стоит разобраться, из скольких же маленьких упаковок состоит большая.

- Задачи с экономическим содержанием, которые мы предлагаем для решения школьникам, важно составлять таким образом, чтобы упрощённая модель позволяла дать ответ на вопрос, соответствующий реальному положению дел. Задача из международного исследования PISA, приведённая ниже, — пример неудачно составленной задачи.
- **Задача.** В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее продавать хозяину пиццерии?
- В ней составители слишком сильно упростили модель и свели экономическую задачу к вычислению количества теста, которое необходимо для изготовления пиццы. В реальной жизни затраты и прибыль хозяина пиццерии зависят от огромного количества факторов. Даже если рассматривать только продукты, необходимые для изготовления пиццы, окажется, что стоимость начинки зачастую существенно превышает стоимость теста. Также нужно учесть и другие факторы, влияющие на прибыльность производства: цену аренды, зарплату работникам и так далее.

Задача

- Ниже пример задачи со схожим сюжетом, но уже составленной корректно. В ней, действительно, достаточно оценить только объём теста.
- **Задача.** Бабушка испекла 6 блинов для трёх внуков. Алёше досталось 3 блина диаметром 8 см каждый, Добрыне досталось 2 блина диаметром 12 см каждый, а Илье достался всего один блин, но диаметром 18 см. Чья порция оказалась самой большой, если толщина у всех блинов одинаковая?

Урезанное среднее

- **Различные средние**
- Начнём обсуждение средних величин с конкретного примера про среднюю скорость.
- **Пример.** Автомобиль двигался первую половину времени, проведённого в пути, со средней скоростью v1=40 км/ч, а вторую половину времени — со средней скоростью v2=80 км/ч. В этом случае средняя скорость на всём пути составляет (40+80)/2=60 км/ч. Здесь мы вычислили среднее арифметическое двух скоростей. На практике такая ситуация довольно плохо реализуема, задача получается искусственной.
- **Пример.** Первую половину пути автомобиль двигался со средней скоростью v1=40 км/ч, а вторую половину пути — со средней скоростью v2=80 км/ч. В этом случае средняя скорость на всём пути определяется уже средним гармоническим и составляет 2:(1/40+1/80) ≈ 53,3 км/ч.

Урезанное среднее

- **Задача.** Средний рост учащихся в классе 165 см. Медиана роста равна 168 см. Укажите верные утверждения.
- В этом классе не меньше половины учеников выше 165 см.
- В этом классе не меньше половины учеников выше 168 см.
- В этом классе обязательно найдётся ученик, рост которого больше 165, но меньше 168 см.
- В этом классе обязательно найдётся ученик ростом ровно 168 см.
- В этом классе обязательно найдётся ученик, рост которого меньше 165 см.

Урезанное среднее

- При анализе большого количества измерений выбросы влияют на среднее. Выбросы можно убрать: например, сначала упорядочить массив по неубыванию, а затем убрать из рассмотрения по 20% или 25% измерений сверху и снизу. Так получается урезанное среднее.
- *Урезанное среднее массива значений* (иначе его иногда называют *усечённым средним*) — это среднее арифметическое всех значений, которые остались в массиве после отбрасывания некоторой доли самых малых и самых больших значений.
- Урезанное среднее нужно, когда есть отдельные грубые ошибки или намеренное искажение. Оно может быть очень полезно там, где на результаты может повлиять чьё-нибудь предвзятое суждение (например, спортивные соревнования) или неравномерное распределение чего-либо (например, население в городах России).
- Рассмотрим два примера практических задач, в которых уместно подсчитывать урезанное среднее.
- **Задача.** В некоторой электрической цепи замеряли напряжение. Значения в 10 замерах получили следующие:
- 218, 219, 223, 228, 215, 220, 2200, 217, 216, 22.
- Среднее арифметическое в таком случае получается 397,8 В. Очевидно, среднее арифметическое в данной ситуации не будет отражать настоящую картину. Попробуем изучить все полученные значения на предмет целесообразности использования их при подсчётах. Выпадающие значения — 22 и 2200 — это явные ошибки записи, от которых лучше избавиться. Пересчитав среднее для оставшихся 8 значений, мы получим 219,5, что намного больше похоже на реальное напряжение в сети.

Задача.

- Выступления фигуристов оценивают несколько судей. Каждый элемент (прыжок, вращение) имеет базовую стоимость в баллах. Чем труднее элемент, тем выше стоимость. После выступления фигуриста девять судей ставят оценки за каждый элемент. Оценки ставятся по 11-балльной шкале (от −5 до +5 баллов). Затем применяется специальный алгоритм.
- За каждый элемент вычисляется урезанное среднее; для этого из девяти оценок удаляются две — наименьшая и наибольшая.
- Получившееся урезанное среднее прибавляется к базовой стоимости. Получается оценка за элемент.
- Итоговый результат получается суммированием оценок за все отдельные элементы.
- На соревнованиях фигурист выполнил несколько элементов. В таблице показана базовая стоимость этих элементов и оценки судей.

Урезанное среднее

- Урезанное среднее в фигурном катании появилось недавно после одного из скандалов, который случился из-за предвзятого судейства или предположения о том, что кто-то из судей судил предвзято.
- Судьи не могут быть совершенно объективными. Судейство, особенно в творческих видах спорта и в искусстве, всегда немного предвзято. Кроме того, если судья поставил высокую оценку «своим» или занизил оценку соперникам, то это может спровоцировать протесты, даже если никакого подсуживания на самом деле не было. Чтобы избавиться от влияния сознательной предвзятости в судействе (и обвинений в предвзятом судействе), нужны специальные средства. Например, урезанная средняя оценка.

Детей надо учить тому,
что пригодится им, когда они
вырастут.
Аристипп