Формирование функциональной грамотности на уроках математики



Понятие *«функциональная грамотность»* впервые появилось в конце 60-х годов прошлого века в документах ЮНЕСКО и позднее вошло в обиход исследователей.

Функциональная грамотность в наиболее широком определении выступает как способ социальной ориентации личности

Одним из наиболее известных международных оценочных исследований, основанных на концепции функциональной грамотности, является Международная программа оценки учебных достижений - PISA

В ходе тестирования в рамках PISA оцениваются *три области функциональной грамотности*: грамотность в чтении, математическая и естественнонаучная грамотность. Исследование проводится циклически (раз в три года). В каждом цикле особое внимание уделяется какому-то одному типу функциональной грамотности.

Результаты PISA



PISA-2018	НАПРАВЛЕНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ	PISA-2015
28 МЕСТО (488 БАЛЛОВ)	Математическая грамотность	23 МЕСТО (494 БАЛЛА)
29 МЕСТО (479 БАЛЛОВ)	Читательская грамотность	26 МЕСТО (494 БАЛЛА)
30 МЕСТО (478 БАЛЛОВ)	Естественнонаучная грамотность	32 МЕСТО (487 БАЛЛОВ)

ПЕДСОВЕТ

Один из первых и самых ключевых навыков функциональной грамотности в математике — чтение сложных текстов, из которых не всегда очевидно, что именно требуется в задаче.

Статистика проведения ЕГЭ говорит о том, что даже в очень простых задачах школьники допускают обидные ошибки, неправильно читая условия задач и находя ответ не на тот вопрос, который предлагался в задаче. Например, в задачах по планиметрии школьники верно находят площадь трапеции, хотя в задаче требовалось найти её среднюю линию. Другой пример: в задаче на поиск меньшего корня квадратного уравнения школьники невнимательно читают условие и записывают в ответ значение большего корня.

Важным признаком того, что условие прочитано неверно, может служить очень сложное решение или «некрасивый» ответ в задаче.

Рассмотрим задачу-шутку, которая хорошо иллюстрирует, как важно внимательно читать условие.

Задача. Представьте, что вы капитан круизного лайнера, на котором путешествуют 500 пассажиров. Этот лайнер плывёт со скоростью 20 узлов в час (один узел равен 1,852 км/ч), предполагаемое время путешествия 7 дней. Сколько лет капитану корабля?

Как правило, человек, решающий эту задачу, сразу переходит к анализу чисел и пропускает первую фразу. А именно она помогает ответить на вопрос задачи: решающему достаточно указать свой возраст.

Рассмотрим ещё один пример задачи, требующей вдумчивого чтения условия. Эту задачу предлагают школьникам, поступающим в Президентский физико-математический лицей №239 г. Санкт-Петербурга.

Задача. Братья Андрей и Миша Ивановы играют в игру. Андрей загадывает число n, имеющее ровно 7 простых делителей. Миша придумывает гладкое пятимерное многообразие, описываемое формулой степени не более чем n^2. Андрей указывает 5 точек на этом многообразии и объявляет длины не более чем 7 отрезков, соединяющих эти точки в пространстве R^{25}. Если выбранные точки вместе с указанными Андреем отрезками образуют жёсткую структуру второго порядка, то побеждает Миша. В противном случае мальчики меняются местами: Андрей придумывает другое гладкое многообразие, проходящее через эти 5 точек, и Миша указывает 5 точек на нём. Игра продолжается, пока либо у кого-то из мальчиков не получилась жёсткая структура, либо не прошло 1003 хода — в этом случае побеждает Миша. В зависимости от n назовите фамилию победителя при правильной игре.

Задача отпугивает своим громоздким условием и сложными терминами, но на самом деле для решения задачи не требуется знаний топологии. Чтобы дать верный ответ на задачу, достаточно прочитать только первое и последнее предложения из условия.

Школьникам, которые никогда не будут использовать математику в работе, всё равно придётся принимать в жизни решения, которые будут основаны на анализе сложившейся ситуации, на анализе входных данных. Эти данные могут быть текстом договора, надписью на информационном щите, инструкцией к электроприбору и так далее.

В ОГЭ, ЕГЭ и PISA есть задачи такого характера. Вот задача из открытых источников PISA.

Задача. Люди, проживающие в многоквартирном доме, решили выкупить этот дом. Они вместе хотят собрать деньги таким образом, чтобы каждый из них заплатил сумму, пропорциональную площади его квартиры. Например, мужчина, проживающий в квартире, которая занимает 1/5 площади всех квартир, должен будет заплатить 1/5 от всей стоимости здания. Выберите все верные утверждения.

A. Человек, проживающий в самой большой квартире, заплатит больше денег за каждый квадратный метр своей квартиры, чем человек из самой маленькой квартиры.

B. Зная площадь двух квартир и цену одной из них, мы можем вычислить цену второй.

C. Зная цену здания и сумму, которую заплатит каждый владелец, мы можем вычислить общую площадь всех квартир.

D. Если бы общая стоимость здания была снижена на 10%, каждый из владельцев заплатил бы на 10% меньше.

Задачи с незнакомым контекстом занимают значительное место в международных исследованиях качества образования, в том числе в исследовании PISA. В таких задачах описана незнакомая для человека ситуация, в которой ему необходимо применить зачастую совсем несложные математические методы.

Такие задачи присутствуют и в ЕГЭ, и в экзамене за 9 класс, например 10-я задача профильного экзамена.

Пример. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), r=1 Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 4% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

Важно обратить внимание школьников на то, что даже если контекст задачи им знаком, нужно пользоваться исключительно той математической моделью, которая предложена в задаче. Применение знаний из той области знания, которой посвящена задача (физики, химии, биологии и т. д.), может привести к усложнению задачи и получению неверного ответа.

Чтобы решить задачу с незнакомым контекстом, необходимо внимательно прочитать условие, вычленить существенные части математической модели и значения тех или иных переменных и дать ответ, максимально абстрагировавшись от контекста.

Задачи на прикидки и оценки встречаются и в ЕГЭ, и в ОГЭ, и в ВПР. Они включены в эти экзаменационные работы по причине того, что умение примерно оценивать значения величин необходимо человеку в повседневной жизни. Умение прикидывать часто не менее важно, чем умение получать точный ответ. Оно позволяет находить ошибки, принимать решения о покупке/не покупке, определять достоверность данных.

Примеры заданий

Задача. Показания счётчика электроэнергии 1 января составляли 32 768 киловатт-часов, а 1 февраля — 32 864 киловатт-часов. По текущему тарифу стоимость 1 киловатт-часа электроэнергии составляет 3 рубля 50 копеек. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за январь?

Одна из распространённых ошибок при решении задачи про электроэнергию — просто умножить показания января на цену электроэнергии. Школьники получают при этом величину, превосходящую сто тысяч рублей, но не могут поймать себя на ошибке, так как не чувствуют величину этого числа.

Важно привить школьникам умение анализировать полученный в задаче ответ с точки зрения здравого смысла.

Задача. *Установите соответствие между величинами и их возможными значениями. К каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.*

Для её решения не нужно заучивать точные значения подобных величин. Достаточно привыкать к чувству порядка величины, изучая математику, физику, другие предметы.

Экономика — одно из наиболее естественных приложений математики и, наоборот, один из «заказчиков» создания математики.

С такими задачами сталкивается любой ученик в реальной жизни, а как следствие — ещё и на экзаменах.

Трудности, которые вызывают у многих учащихся даже несложные задачи на проценты, обычно во многом обусловлены достаточно формальным подходом к изложению темы. А ведь для решения подавляющего большинства задач на проценты достаточно понимать, что процент — **это просто одна сотая часть числа**.

Поэтому для успешного решения задач на проценты достаточно научиться «переводить» условие задачи на язык десятичных дробей, а после её решения — делать обратный «перевод».

Задача. Полотенце стоило 80 рублей. Ближе к дачному сезону оно подорожало на 25%. Сколько оно стало стоить?

Задача. Полотенце стоило 100 рублей, но в конце сезона оно подешевело на 20%. Сколько стало стоить полотенце со скидкой?

Задача. Розничная цена на полотенце составляет 100 рублей, при этом известно, что розничная цена образуется при наценке на оптовую цену 25%. Какова оптовая цена этого полотенца?

Задача. Оптовая цена на полотенце составляет 80% от розничной. Какова розничная цена, если оптовая цена 80 рублей?

При работе с процентами нужно быть аккуратным, потому что подсчёты, связанные с ними, не так интуитивны, как работа с обычными числами. Например, увеличение некоторой величины в 2 раза соответствует увеличению на 100%, а не на 200%, как можно было бы ошибочно подумать. Аналогично, уменьшение цены в 2 раза соответствует уменьшению на 50%.

Все решения задач на проценты сводятся к действиям с десятичными дробями.

Задача. Василий взял в долг 1 рубль под 4% в день. Сколько он должен вернуть через год?

Кажется удивительным, но через год Василию придётся вернуть больше 1,5 млн рублей. Действительно, каждый день сумма, которую Василий должен вернуть, умножается на 1,04. Спустя 365 дней сумма долга составит 1,04365 рублей.

Типичная ситуация, требующая экономического анализа, — взятие кредита в банке.

Многие школьники поступают на экономические специальности, поэтому во второй части профильного ЕГЭ есть задачи по экономике, в частности, на анализ условий кредитования.

Функциональная грамотность в геометрии — один из важнейших блоков. Сама наука геометрия произошла благодаря запросам повседневной жизни к науке. Поэтому важно развивать геометрическую интуицию и уметь применять геометрические методы на практике.

Одна из ролей, которую играет геометрия в школе, — развитие логики. Большое внимание в школьном курсе геометрии уделяется доказательствам геометрических утверждений, в задачах по планиметрии и стереометрии используется много формул и вычислений. Часто школьники ещё не готовы к такой подаче материала, поэтому важно с начальной школы познакомить ребят с большим количеством несложных наглядных геометрических сюжетов.

Одним из важных геометрических понятий является понятие масштаба, которое теряется в школьном курсе. Реально масштаб изучается только на уроках географии, а развитию интуитивного понимания масштаба на уроках математики времени уделяется мало.

Формирование определенной системы математических знаний всегда было в центре внимания в математическом образовании.

В связи с этим, можно вывести математическую формулу, которая позволит сформировать у учащихся в процессе изучения математики те качества мышления, которые необходимы для полноценного функционирования человека в современном обществе.

ОВЛАДЕНИЕ = УСВОЕНИЕ + ПРИМЕНЕНИЕ ЗНАНИЙ НА ПРАКТИКЕ